ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2007

ΘΕΜΑ 1ο

α.

Διάστημα	Συχνότητα vi	Μέσο διαστήματος Ki	viKi	Σχετική Συχνότητα fi%	Σχετική Αθροιστική Συχνότητα %
[2, 4)	3	3	9	12	12
[4, 6)	6	5	30	24	36
[6, 8)	8	7	56	32	68
[8, 10)	5	9	45	20	88
[10, 12)	3	11	33	12	100
Αθροίσματα	25	………….	173	100	………..

β.

$$\bar{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\kappa} \nu_i K_i = \frac{173}{25} = 6{,}92 \ \text{min}$$

γ.

5 + 3 = 8 δρομολόγια

δ.

12 % + 24% + 32% = 68%

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x(x^2-4x+3)}{x(x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-4x+3}{x-1}$$

$$= \frac{0^2-4\cdot 0+3}{0-1} = -3$$

β.

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (e^x-\alpha) = e^0-\alpha = 1-\alpha$$

γ.

Για να υπάρχει το όριο της f στο $x_o = 0$ θα πρέπει $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) \Leftrightarrow$

$-3 = 1-\alpha \Leftrightarrow$

$\alpha = 4$

δ.

Θα πρέπει να ισχύει $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) \quad \Leftrightarrow \quad -3 = -3 + \beta \quad \Leftrightarrow \quad \beta = 0$

ΘΕΜΑ 3ο

α.

Ισχύουν $f\,'(1) = 0$ και $f(1) = 0$

Όμως $f\,'(x) = 2x + \kappa$

Οπότε $f\,'(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 + \kappa = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \kappa = -2$

και $\quad f(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + \kappa + \lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - 2 + \lambda = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = 1$

β.

Είναι $f\,''(x) = 2 + 0 = 2$

γ.

Για $\kappa = -2$ και $\lambda = 1$ έχουμε

$f(x) = x^2 - 2x + 1\,, \quad f\,'(x) = 2x - 2\,, \quad f\,''(x) = 2$

Οπότε $f(x) + f\,'(x) + f\,''(x) = x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 + 2 =$

$= x^2 + 1 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

$f\,'(x) = 10 \cdot \dfrac{1}{x} - 10x = \dfrac{10 - 10x^2}{x} \quad , \quad x > 0$

β.

$f\,'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{10 - 10x^2}{x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1$ αφού $x > 0$

Πρόσημο της $f\,'$ και μονοτονία της f

x	0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	|	$\searrow$	

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f είναι
γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,\ 1]$ και
γνησίως φθίνουσα στο $[1,\ +\infty)$

γ.

Η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 1$, το $f(1) = 10\ln 1 - 5 = 0 - 5 = -5$

δ.

Επειδή η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 1$, για κάθε $x > 0$ θα είναι

$f(x) \le f(1) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) \le -5$